

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
Facoltà di Ingegneria – Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica
Corso di Metodi Formali nell’Ingegneria del Software
Prof. Toni Mancini

Esercizio **E.II.20090116**

versione del 14 febbraio 2009

Il problema dei numeri di Langford (*Langford’s numbers problem*) è un puzzle matematico molto famoso, dovuto al matematico scozzese C. Dudley Langford che lo inventò dopo aver visto il figlio giocare con dei blocchi colorati. Egli notò come il bambino avesse disposto in fila tre paia di blocchi (due rossi, due blue, due gialli) in modo che ci fosse un blocco tra i due rossi, due tra i due blue, e tre tra i due gialli.

Il problema dei numeri di Langford è, nel caso generale (con numeri al posto di colori), il seguente:

Dato un intero positivo N , si considerino *due* insiemi dei numeri da 1 ad N (quindi $2N$ numeri: due 1, due 2, \dots , due N). Il problema consiste nel disporre tali numeri in una sequenza unica di modo tale che i due 1 appaiano in posizioni distanti 1 (ovvero con *un* solo numero che li separa), i due 2 appaiano in posizioni distanti 2, \dots , i due N appaiano in posizioni distanti N (ovvero con N numeri che li separano).

Ad esempio, per $N = 4$, una sequenza che soddisfa i vincoli è la seguente: 4-1-3-1-2-4-3-2. Infatti, i due 1 sono separati da un solo numero, i due 2 da due, i due 3 da tre, i due 4 da quattro.

Scrivere, in forma parametrica rispetto a N una formula in logica proposizionale (anche non in CNF, per semplicità) i cui modelli rappresentino soluzioni dell’istanza data del problema. Si suggerisce di utilizzare una notazione compatta per la formula, evidenziandone la struttura ad alto livello (ad es., $\bigwedge_{i=1}^{N-1} (a_i \vee \neg b_{i+1}) \wedge \dots$ dopo aver definito l’insieme e la semantica delle lettere proposizionali utilizzate).

Si scriva poi un programma in un qualsivoglia linguaggio di programmazione di alto livello che, presa in input un’istanza del problema, produca la corrispondente istanza SAT in formato DIMACS.